

Wellenausbreitung mit Überlichtgeschwindigkeit

Samo Jordan

Physik-Institut der Universität Zürich

Inhalt

- Überlichtgeschwindigkeit und Kausalität
- Theorie:
 - Wellenausbreitung
 - Absorbierende Medien
 - Verstärkende Medien
- Experiment: Informationsgeschwindigkeit

Spezielle Relativitätstheorie

Im Jahr 1905 veröffentlichte Albert Einstein die spezielle Relativitätstheorie (SRT).

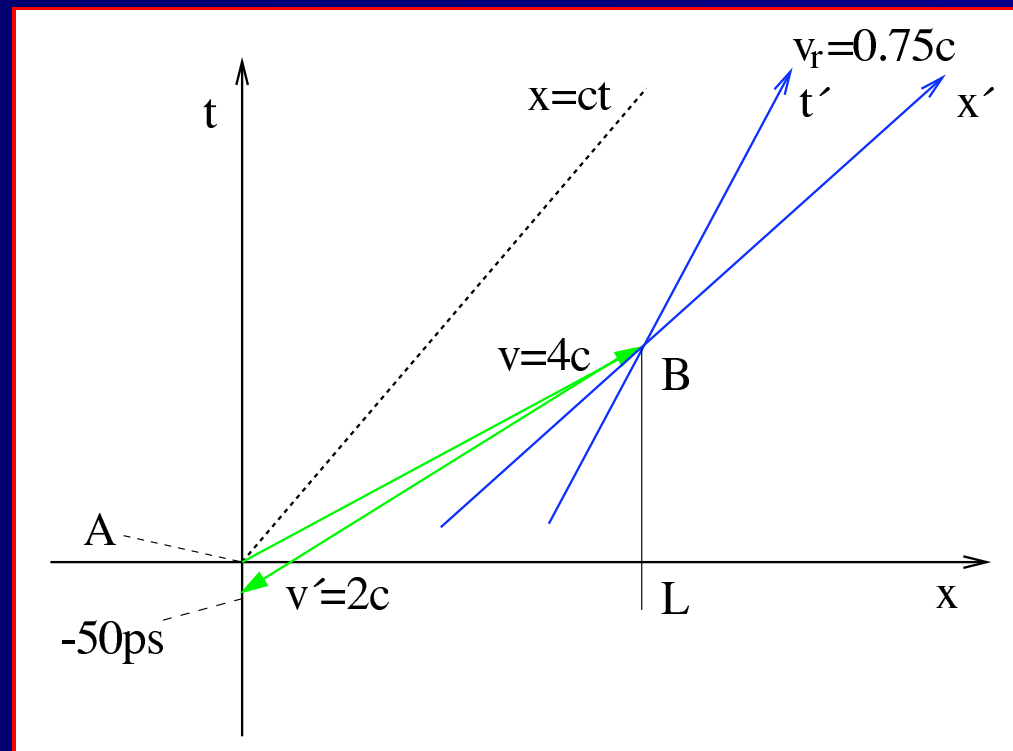
Als wichtige Konsequenz der SRT formulierte Einstein ein **universelles Tempolimit**:

- Keine Materie und keine Form der Energie kann sich schneller als mit der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ($c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$) bewegen.

Etwas später verallgemeinerte Einstein das Tempolimit:

- Informationen können nicht schneller als das Licht im Vakuum übertragen werden.

Überlichtgeschwindigkeit und Kausalität



Kausalität: Die Wirkung kommt immer nach der Ursache!

Mit überlichtschnellen Signalen kann man aber die Vergangenheit beeinflussen! \Rightarrow Die Kausalität ist verletzt!

Theorie: Wellenausbreitung

Ausbreitung ebener Wellen im Medium

Ebene Welle in einer Dimension:

$$A(x, t) = \underbrace{A_0}_{\text{Amplitude}} \cdot \exp(\underbrace{kx - \omega(k)t}_{\text{Phase}})$$

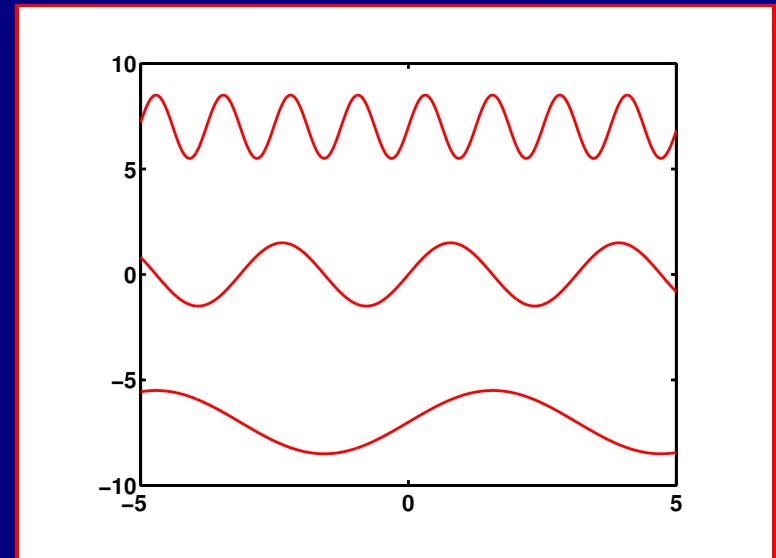
ω und k sind durch die **Dispersionsrelation** verknüpft:

$$\omega = k \frac{c}{n(\omega)}$$

$n(\omega)$ ist der frequenzabhängige Brechungsindex des Mediums.

Die ebenen Wellen breiten sich mit der **Phasengeschwindigkeit** aus:

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n(\omega)} \quad (v_p > c \text{ für } n(\omega) < 1)$$



Ausbreitung von Wellenpaketen im Medium

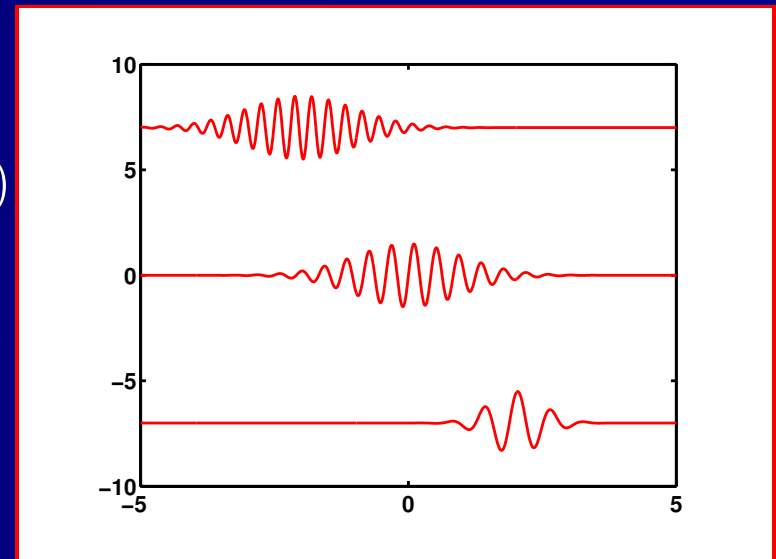
Wellenpaket in einer Dimension als Superposition von ebenen Wellen:

$$A(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{\sqrt{2\pi}} A(k) \exp(kx - \omega(k)t)$$

Wellenpakete bewegen sich mit der Gruppengeschwindigkeit:

$$v_g = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=k_0}$$

k_0 markiert diejenige ebene Welle, die den stärksten Anteil im Wellenpaket hat.



Gruppengeschwindigkeit

Mit $v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n(\omega)} \Rightarrow \frac{dk}{d\omega} = \frac{1}{c} \left(n(\omega) + \frac{dn}{d\omega} \omega \right)$ folgt:

$$v_g = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=k_0} = \frac{1}{\left. \frac{dk}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0}} = \frac{c}{n(\omega_0) + \left. \frac{dn}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} \cdot \omega_0}$$

Für grosse negative $\left. \frac{dn}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0}$ wird die Gruppengeschwindigkeit grösser als die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum oder sogar negativ!

Ein Wellenpaket mit $v_g < 0$ scheint eine Strecke Δx in negativer Zeit zurückzulegen!

Macht das Sinn?

Gruppenverzögerung

Sei eine Strecke von fixer Länge Δx gegeben. Die Zeit, die ein Wellenpaket dafür benötigt, ist:

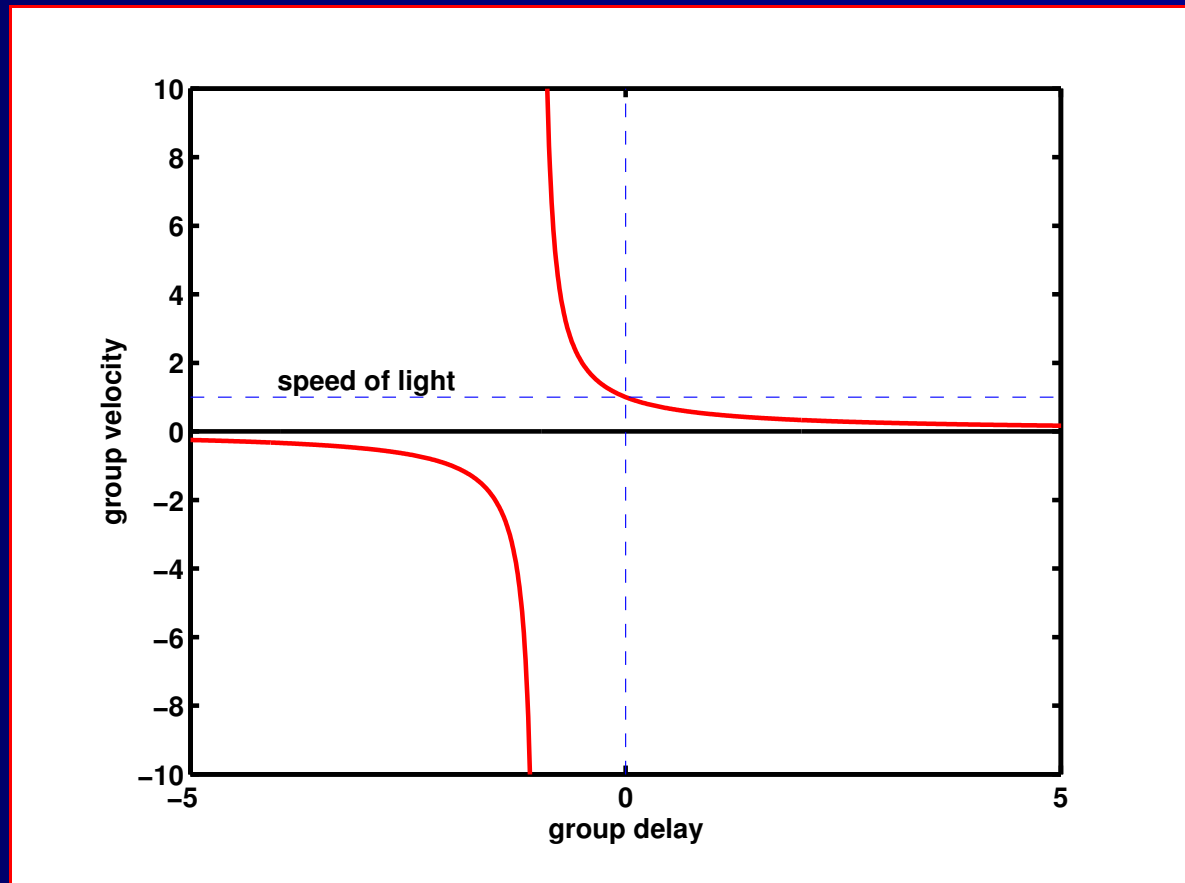
- $t_c = \frac{\Delta x}{c}$ für ein Wellenpaket im Vakuum
- $t_{v_g} = \frac{\Delta x}{v_g}$ für ein Wellenpaket mit der Gruppengeschwindigkeit v_g

Die Differenz beider Laufzeiten ist die **Gruppenverzögerung** (“group delay”) t_g des mit v_g bewegten Wellenpakets, relativ zum Wellenpaket im Vakuum:

$$t_g = t_{v_g} - t_c = \frac{\Delta x}{v_g} - \frac{\Delta x}{c}$$

In Experimenten wird die Gruppengeschwindigkeit typischerweise über die Gruppenverzögerung gemessen.

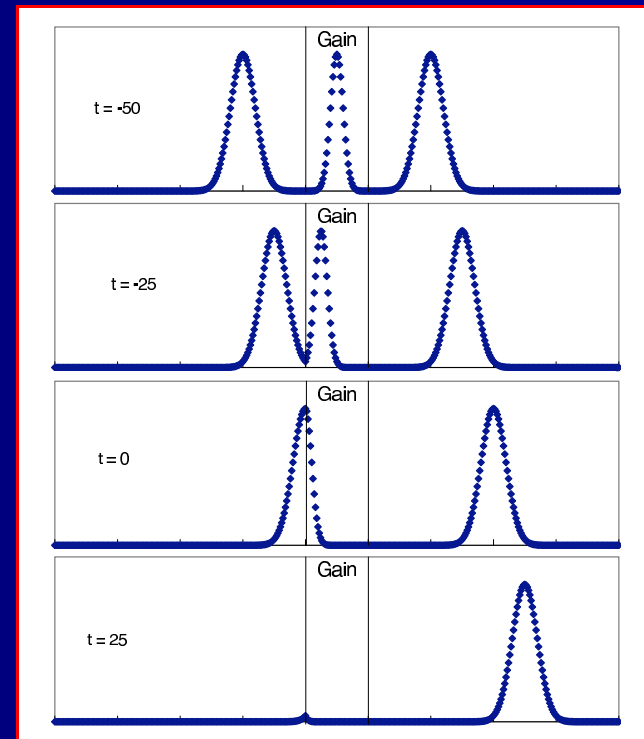
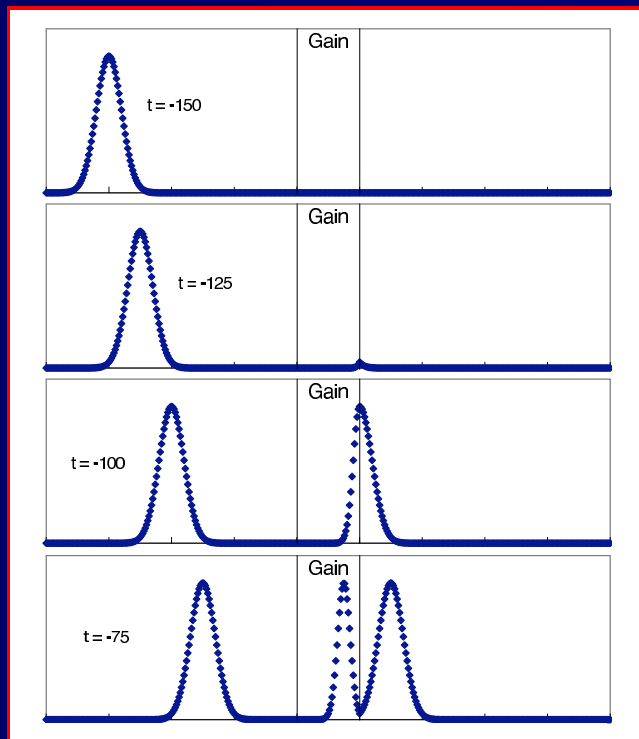
Beziehung zwischen t_g und v_g



Wellenpakete mit $v_g < 0$ sind schneller als Wellenpakete mit $v_g = \infty$!

Negative Gruppengeschwindigkeit

Wir lassen ein Wellenpaket mit $v_g = -\frac{c}{2}$ durch ein Medium laufen:



Der Peak verlässt das Medium auf der rechten Seite, bevor er auf der linken Seite eingetreten ist!

Wellenausbreitung (Zusammenfassung)

Die Theorie liefert uns also die folgenden Aussagen:

- Die Gruppengeschwindigkeit von Wellenpaketen kann sowohl Werte **grösser als c** wie auch **negative Werte** annehmen.
- Wellenpakete mit negativen Gruppengeschwindigkeiten kommen schneller am Ziel an als Wellenpakete mit positiven Gruppengeschwindigkeiten.
- Die Gruppenverzögerung ist ebenfalls ein Mass für die Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Wellenpakets und ist sowohl experimentell einfacher zu messen wie auch intuitiv einfacher zu verstehen.

Theorie: Absorbierende Medien

Dielektrische Funktion $\epsilon(\omega)$

Wir betrachten Medien mit vernachlässigbaren magnetischen Eigenschaften:

- Bewegt sich eine Welle durch ein Medium, so erfährt sie durch die Wechselwirkung mit dem Medium eine Veränderung. Diese ist durch die (komplexe) **dielektrische Funktion** $\epsilon(\omega)$ vollständig bestimmt.
- $\text{Re } \epsilon(\omega)$ und $\text{Im } \epsilon(\omega)$ sind nicht unabhängig, sondern durch die Kramers-Kronig-Relationen miteinander verknüpft.
- Der Imaginärteil $\text{Im } \epsilon(\omega)$ beschreibt die Absorption der einfallenden Welle.

⇒ Ein Medium ist mit seinem Absorptionsverhalten vollständig charakterisiert!

Brechungsindex $n(\omega)$

- Hängt die Phasengeschwindigkeit einer Welle von seiner Frequenz ab, spricht man von **Dispersion**. Diese ist durch den (reellen) **Brechungsindex** des Mediums $n(\omega)$ bestimmt.
- In Frequenzbereichen mit $\frac{dn}{d\omega} < 0$ spricht man von **anomaler Dispersion** und es herrschen günstige Bedingungen für superluminale Gruppengeschwindigkeiten.
- In Frequenzbereichen nichtlinearer Dispersion (d.h. $n(\omega)$ nichtlinear) wird die Form der einfallenden Welle verzerrt.

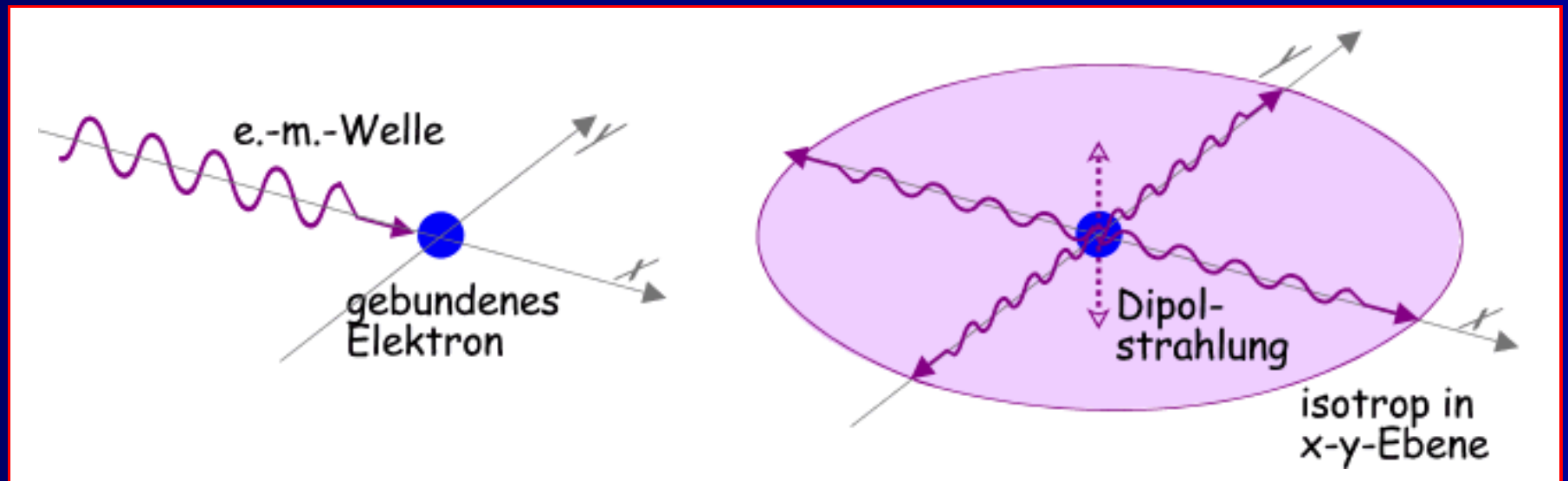
⇒ Um superluminale Effekte zu sehen brauchen wir Medien mit möglichst starker anomaler Dispersion!

⇒ Wir möchten aber auch, dass unsere Wellenpakete einigermaßen “heil” am Ziel ankommen!

Wechselwirkung von EM-Strahlung mit Medien

- Trifft eine Welle auf ein Element des Mediums (z.B. Atome, Elektronen, Kerne), so wird sie elastisch oder inelastisch gestreut.
 - Die gestreute Strahlung wird in alle Richtungen emittiert
⇒ Die einfallende Welle wird in Vorwärtsrichtung gedämpft.
 - Die Bestandteile eines Mediums (Atome, Elektronen, Kerne) oszillieren mit charakteristischen Eigenfrequenzen.
 - Im Bereich der Resonanzfrequenzen sind die Streueffekte am grössten.
- ⇒ Eine Welle mit Frequenzen in der Nähe einer Resonanz des Mediums wird in Vorwärtsrichtung stark absorbiert.

Wechselwirkung von EM-Strahlung mit Medien

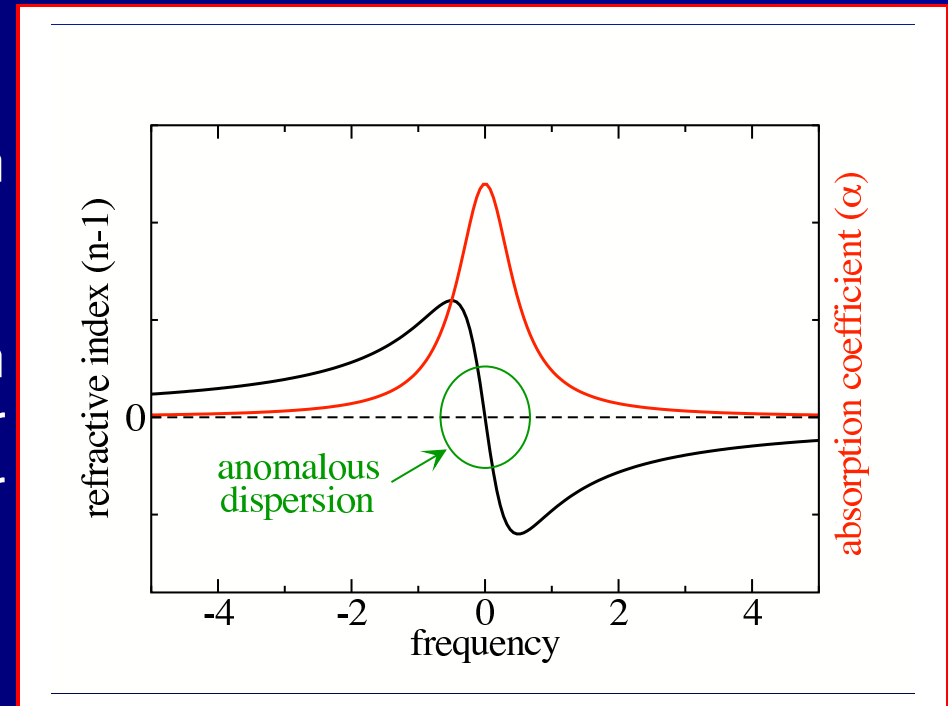


Absorbierende Medien

Wir betrachten die Dispersion und die Absorption im Bereich einer Resonanzfrequenz im gewöhnlichen (absorbierenden) Medium.

Wir erhalten anomale Dispersion im Bereich der Resonanzfrequenz!

Dort herrscht allerdings auch eine grosse Absorption und der Bereich linearer Dispersion ist sehr schmal.



⇒ In **absorbierenden Medien** müssen superluminale Effekte mit **starken Absorptions- und Verzerrungseffekten** erkauft werden!

Absorbierende Medien (Zusammenfassung)

Wir haben nun folgende Erkenntnisse gewonnen:

- Ein Medium ist vollständig durch sein Absorptionsverhalten bestimmt.
- Gewöhnliche Medien werden als absorbierende Medien bezeichnet, da sie einfallende Wellen nie verstärken, sondern bestenfalls transparent durchlassen.
- In absorbierenden Medien ist superluminale Übertragung von Wellen immer von grosser Absorption und Verzerrung begleitet.

Theorie: Verstärkende Medien

Medien mit Besetzungsinversion

Ein Medium kann ein einfallendes Wellenpaket nur verstärken, wenn es Energie gespeichert hat, die es an das Wellenpaket abgeben kann.

⇒ Wir benötigen eine **Besetzungsinversion** innerhalb des Mediums!

Eine Besetzungsinversion kann durch **“Pumpen”** erreicht werden: das Medium wird dauerhaft mit einem Laser bestrahlt.

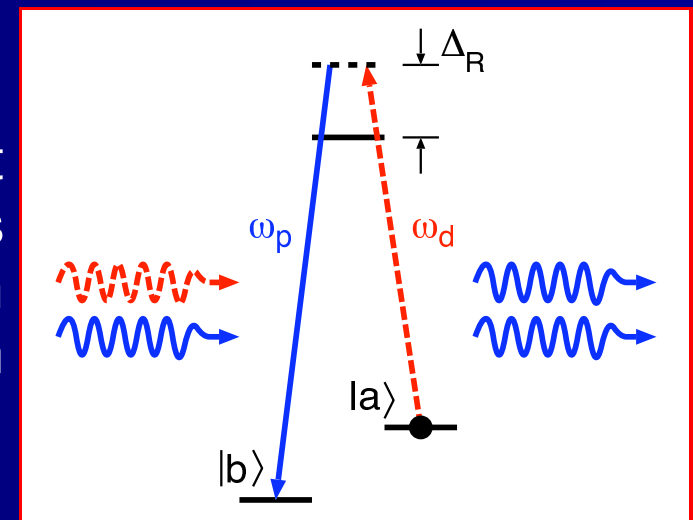
Welcher Mechanismus sorgt jetzt für die Verstärkung von einfallender elektromagnetischer Strahlung?

Stimulierte Raman-Streuung (1)

Wir betrachten ein Medium, welches durch einen (Pump-)Laser in eine Besetzungsinversion gebracht wurde.

Kommen jetzt ein Photon des Pump-Lasers und ein Photon unseres Wellenpaketes in der Nähe eines Atoms zusammen, kann es zur **stimulierten Raman-Streuung** kommen:

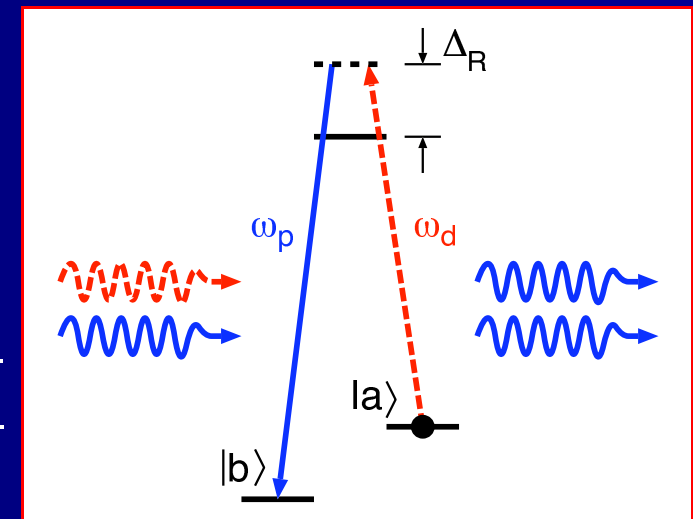
Das Pump-Laser-Photon wird absorbiert und ein Klon des Wellenpaket-Photons emittiert, in Richtung des ursprünglichen Photons. Das Atom geht in den niedrigen Zustand über.



⇒ **unser Wellenpaket ist verstärkt worden!**

Stimulierte Raman-Streuung (2)

- Sei ω_d die (fixe) Frequenz des Pump-Lasers
- Sei ω die dominierende Frequenz unseres Wellenpakets
- Sei ΔE die Energiedifferenz zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand des Atoms im Medium



Die Wahrscheinlichkeit für stimulierte Raman-Streuung ist maximal, wenn $\omega - \omega_d = \Delta E$!

⇒ wir erhalten für das Medium eine Absorptionskurve mit einem **Verstärkungspeak!**

⇒ die Lage dieses Peaks ist durch die Frequenz des Pump-Lasers bestimmt, das Maximum liegt bei $\omega = \omega_d + \Delta E$!

Modellierung eines verstärkenden Mediums

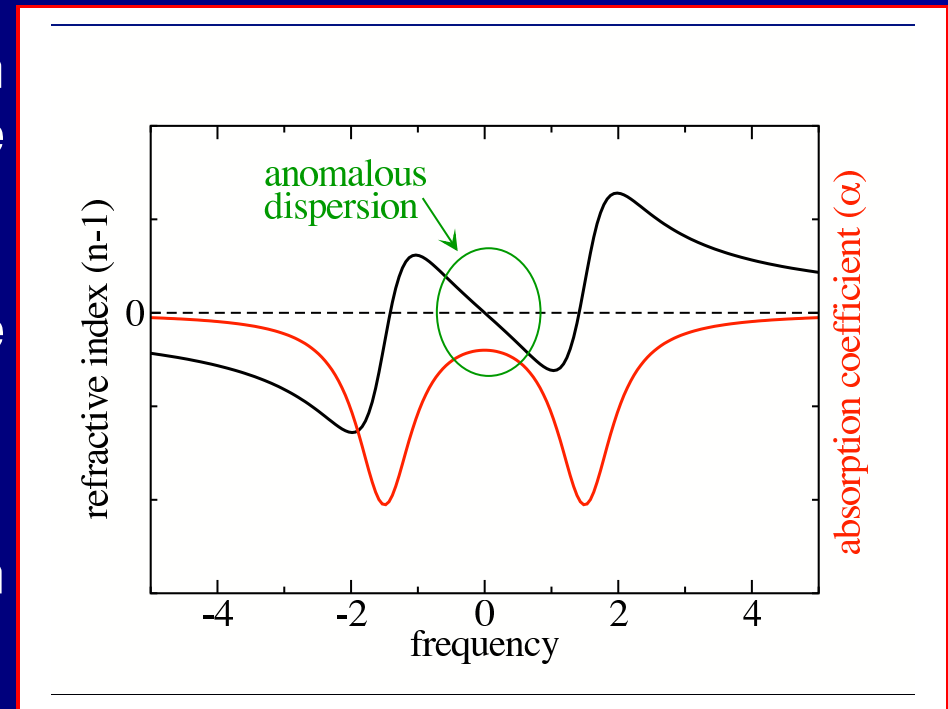
Wir können noch einen Schritt weiter gehen: bestrahlen wir ein Medium mit mehreren Pump-Laser verschiedener Frequenz, so können wir mehrere Verstärkungspeaks generieren.

Mit zwei Pump-Laser lässt sich nebenstehende Absorptionskurve modellieren.

Wir erhalten wiederum eine Zone anomaler Dispersion

- ohne Absorption
- mit gutem linearem Verhalten des Brechungsindex

⇒ gute Bedingungen für superluminale Wellenübertragung!



Verstärkende Medien (Zusammenfassung)

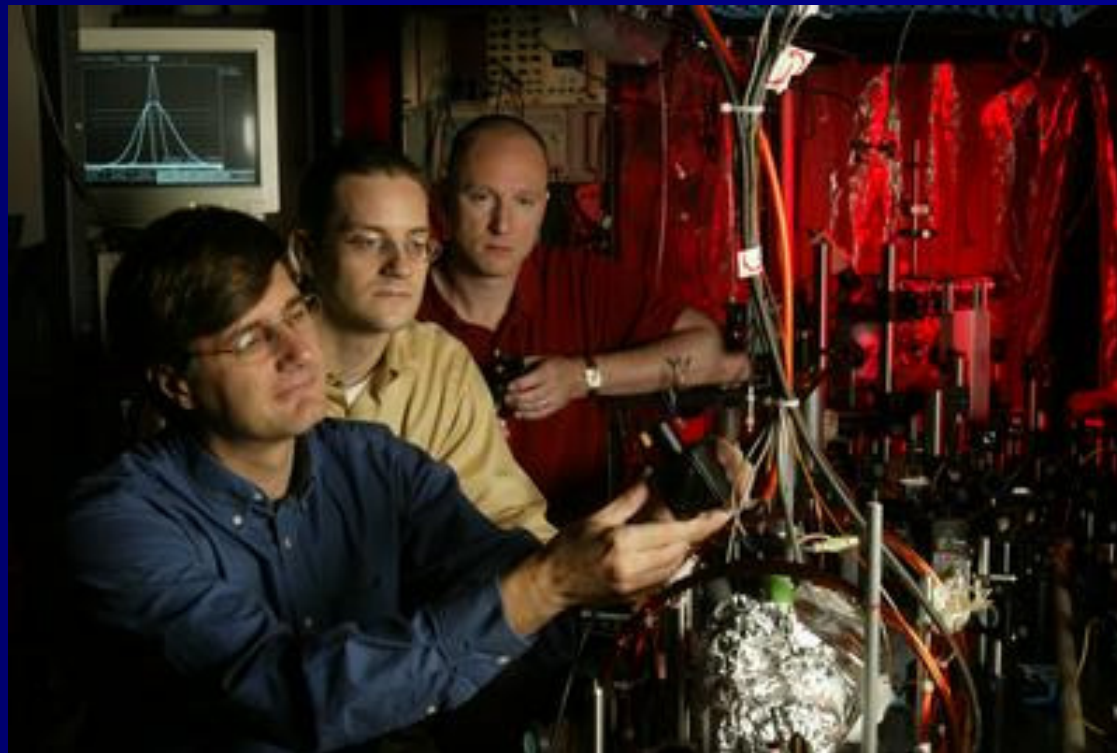
Zusammenfassend können wir also sagen:

- Ein Medium kann durch gezielten Einsatz von einem oder mehreren Laser verstärkende Eigenschaften erhalten.
- Jeder Laser erzeugt einen Verstärkungsspeak in der Absorptionskurve des Mediums.
- Die Lage dieser Peaks ist durch die Laserfrequenzen bestimmt und somit durch den Experimentator manipulierbar.
- Bereits mit zwei Laser lassen sich gute Bedingungen für superluminale Wellenübertragung schaffen.

Experiment: Informationsgeschwindigkeit

Forscherguppe

Das folgende Experiment wurde 2003 im Rahmen der Doktorarbeit von M. D. Stenner an der Duke University in Durham, USA, durchgeführt.



Ziele des Experiments

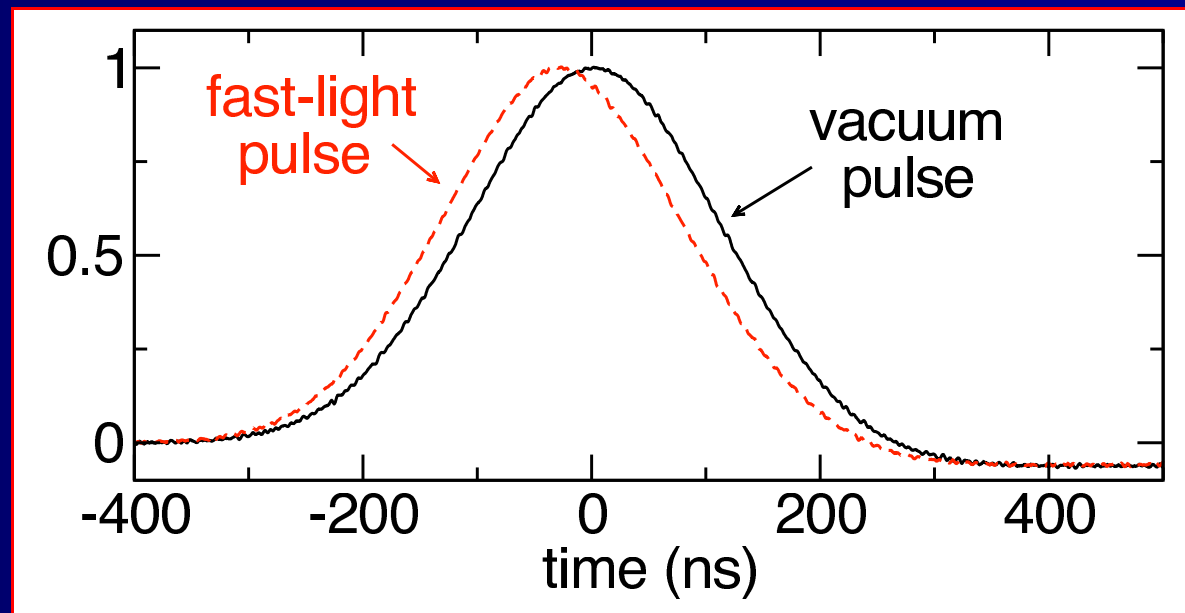
Folgende Ziele wurden mit dem Experiment verfolgt:

- Superluminale Übertragung von Wellenpaketen mit Hilfe der im letzten Theorieteil beschriebenen “dual gain”-Technik.
- Messung der **Informationsgeschwindigkeit** sowohl für langsame wie auch für superluminale Wellenpakete.

Von besonderem Interesse sind dabei die folgenden Fragen:

- Wo ist die Information in den Wellenpaketen gespeichert?
- Ist überlichtschnelle Übertragung von Information möglich?
- Ist die Kausalität gewährleistet?

Messung der Gruppengeschwindigkeit



Messresultate, über 50 Einzelmessungen gemittelt:

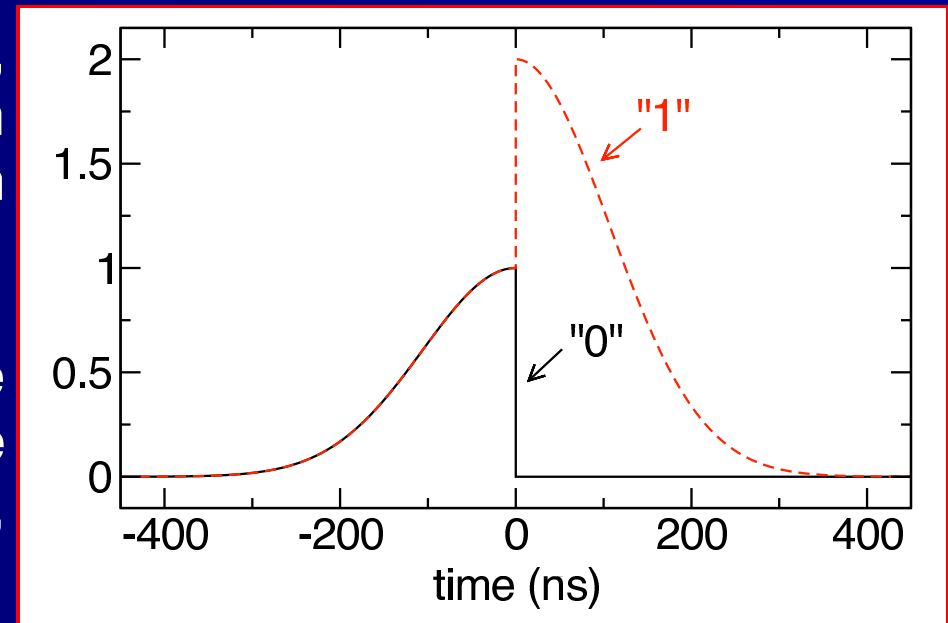
- Zurückgelegte Wegstrecke im Medium: $\Delta x = 40$ cm
- Gruppenverzögerung: $t_g = 27.4 \pm 1.1$ ns
- Gruppengeschwindigkeit: $v_g = -0.051 \pm 0.002c$

Encodierung von Information

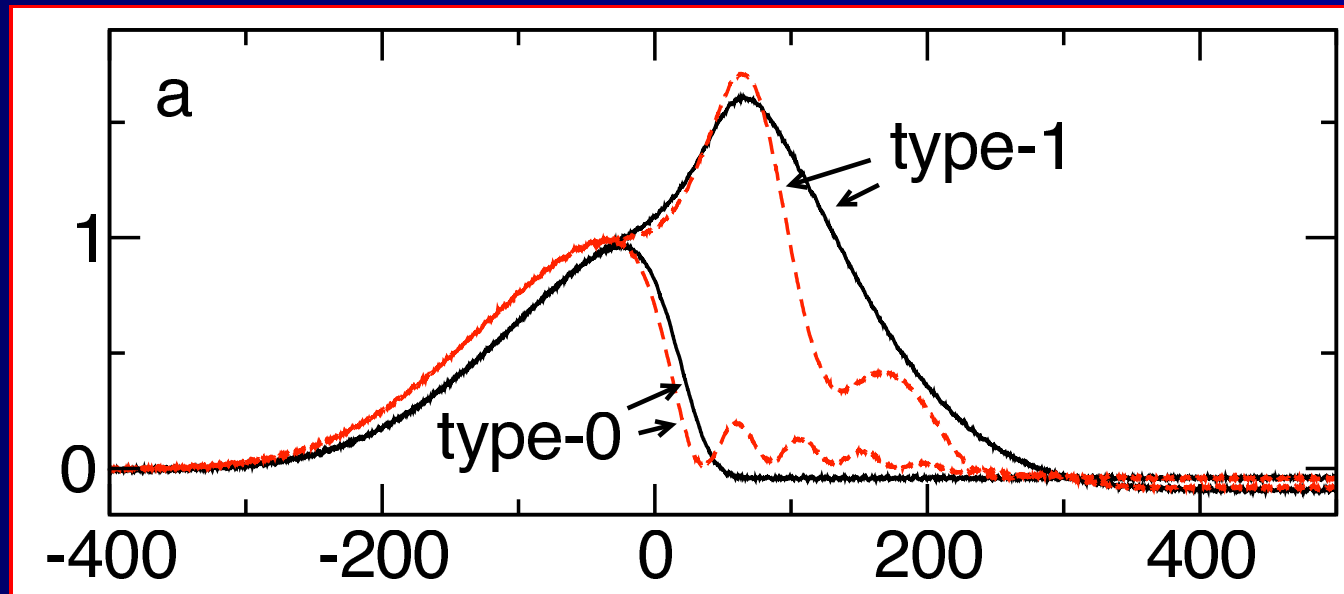
Das Experiment erlaubt es, die Form der Wellenpakete frei zu definieren. Nun werden den binären Zahlen 0 und 1 zwei Wellenpakete mit verschiedenen Formen zugeordnet.

Die Formen wurden so gewählt, dass die Wellenpakete erst zum Zeitpunkt $t = 0$ unterschieden werden können.

In der Praxis ist eine korrekte Identifikation der Wellenpakete erst später möglich (Rauschen, Instabilitäten, ...).



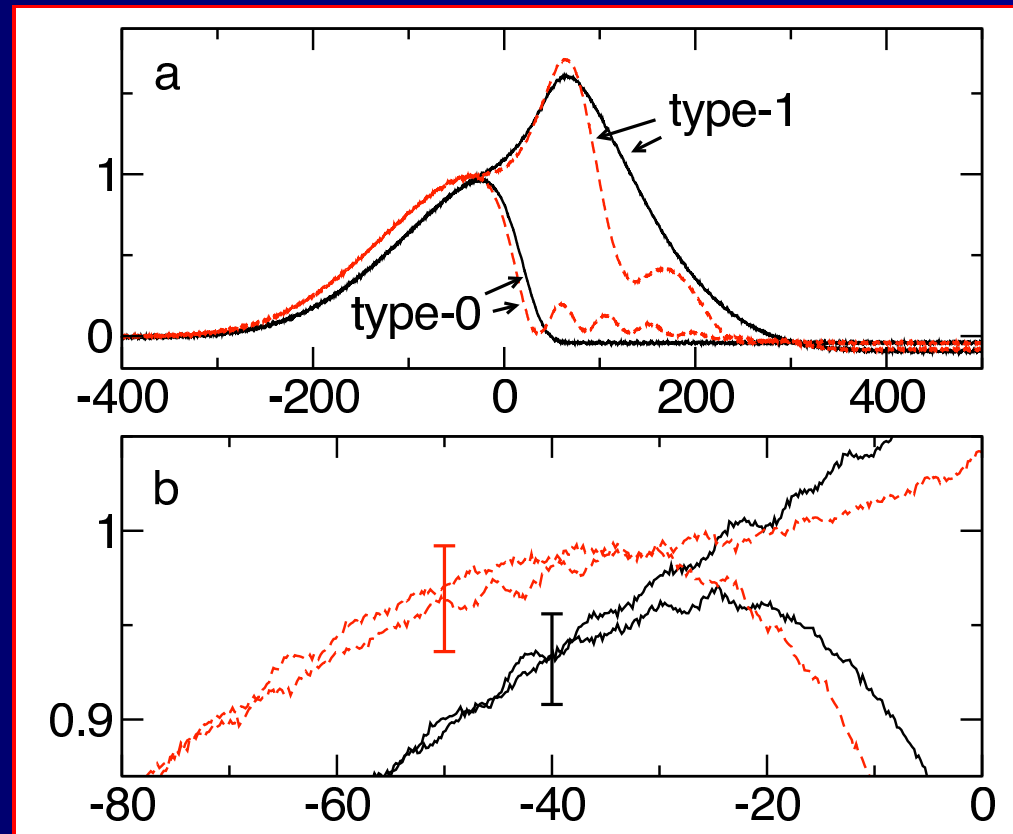
Messung der Informationsgeschwindigkeit (1)



Auch nach der Encodierung von Information kommen die Wellenpakete, die sich durch das Medium bewegt haben, früher beim Detektor an als die Vakuum-Wellenpakete!

Wurde hier Information mit Überlichtgeschwindigkeit übertragen?

Messung der Informationsgeschwindigkeit (2)



Die Information wurde nicht schneller als mit der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum übertragen, trotz superluminaler Gruppengeschwindigkeit!

Messung der Informationsgeschwindigkeit (3)

Mit Hilfe von informationstheoretischen Methoden (BER-Analyse, ...) wurde die Informationsgeschwindigkeit v_i quantitativ gemessen, sowohl für superluminale wie auch für sehr langsame Wellenpakete:

Typ	\bar{v}_g	\bar{v}_i	$\bar{v}_i - \Delta v_i$	$\bar{v}_i + \Delta v_i$
Superluminal	-0.051c	0.4c	0.2c	1.1c
Langsam	0.01c	0.6c	0.2c	-0.5c

Bei den langsamen Pulsen wurde die Information deutlich schneller als mit der Gruppengeschwindigkeit übertragen!

Für beide Experimente liegt die Vakuumlichtgeschwindigkeit innerhalb des Fehlerbereiches!

⇒ die Resultate scheinen die Hypothese $v_i = c$ nahezulegen!

Wo ist die Information gespeichert? (1)

Aus der Mathematik ist bekannt, dass die Kenntnis nur eines sehr kleinen Teils einer analytischen Funktion genügt, um die gesamte Funktion zu rekonstruieren (Identitätssatz für analytische Funktionen).

Angewandt auf ein Wellenpaket, bedeutet dies:

- Die gesamte Information eines analytischen Wellenpakets ist zuvorderst in der Wellenfront gespeichert!
- Hat das Wellenpaket irgendwo eine Stelle, wo die Analytizität gebrochen wird, so reicht die Information in der Wellenfront nur aus, um das Wellenpaket bis zu dieser nichtanalytischen Stelle zu rekonstruieren!
- Diese nichtanalytische Stelle kann wiederum als eine Wellenfront für den nachfolgenden analytischen Bereich interpretiert werden!

Wo ist die Information gespeichert? (2)

1997 wurde vorgeschlagen, dass die Information innerhalb von Wellenpaketen in den **nichtanalytischen Punkten** gespeichert sein könnte.

Die Wellenfront (der vorderste Teil des Wellenpakets) bewegt sich immer mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit (Sommerfeld, 1914).

Mittlerweile wurde gezeigt, dass sich alle nichtanalytischen Punkte mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit ausbreiten.

⇒ gemäss obigem Vorschlag würde gelten: $v_i = c!$

Das beschriebene Experiment der Duke University liefert eine erste experimentelle Evidenz für die Richtigkeit des Vorschlags! Es bedarf aber noch weiterer Forschung, um die offene Frage nach dem Ort und der Geschwindigkeit der Information zu klären.

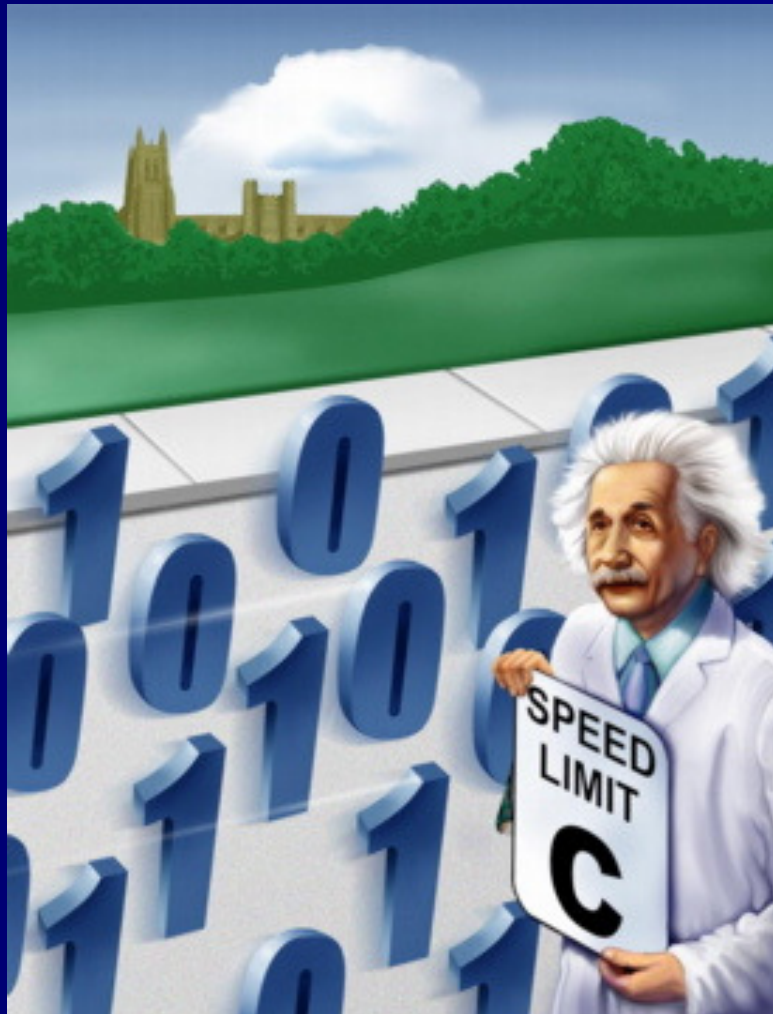
Zusammenfassung

Wir fassen zusammen:

- Superluminale (und insbesondere negative) Gruppengeschwindigkeiten sind kein theoretisches Artefakt, sondern **experimentelle Realität**.
- Experimentell wurde gezeigt, dass sich Informationen im Allgemeinen nicht mit der Gruppengeschwindigkeit ausbreiten.
- Es gibt theoretische und experimentelle Hinweise dafür, dass sich **Informationen immer mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit ausbreiten** (auch bei sehr langsamen Gruppengeschwindigkeiten).

Die Kausalität scheint vorerst gerettet zu sein!

The End



Referenzen

- M. D. Stenner. *Measurement of the Information Velocity in Fast- and Slow-Light Optical Pulse Propagation*. PhD thesis, Duke University, 2004.
<http://www.phy.duke.edu/research/photon/qelectron/pubs/MStennerThesis.pdf>
- M. D. Stenner and D. J. Gauthier. *The speed of information in fast light pulse propagation*, 2002.
<http://www.phy.duke.edu/research/photon/qelectron/pres/nctu-2002-mds>
- Paul. G. Kwiat R. Y. Chiao and A. M. Steinberg. *Superluminal signals: causal loop paradoxes revisited*. Phys. Lett. A, 245:19-25, 1998
- G. Nimtz and A. Haibel. *Basics of superluminal signals*. Ann. Phys. (Leipzig), 11:163-171, 2002.
- Kirk T. McDonald. *Negative group velocity*. Am. J. Phys. 69:607, 2001.
<http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/negativegroupvelocity.pdf>
- Robert Rothhardt, *Rayleigh-Streuung*.
<http://www.roro-seiten.de/physik/lk12/streuung/raleigh-streuung.html>